



Universidad Simón Bolívar
 Departamento de Matemáticas
 Puras y Aplicadas
 Ene-Mar 2006

Nombre: _____

Carnet: _____ Sección: _____

MA-3111—Segundo Parcial, lunes 20-02-2006, 34 %— 9:30 a.m.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a, \omega \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$	\longrightarrow	$u(x)$	$U(z)$	\longrightarrow	$u(x)$	$U(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$		$\delta(x)$	1		$H(x)e^{\alpha x} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$xu(x)$	$-U'(z)$		$\delta^{(k)}(x)$	z^k		$H(x) \operatorname{sen}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$		$H(x)$	$\frac{1}{z}$		$H(x) \operatorname{cos}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$		$H(x) \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$		$H(x) \operatorname{senh}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$		$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$		$H(x) \operatorname{cosh}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$						

1. (17 ptos.)

a) Usando transformadas de Laplace y el método de los residuos, halle la solución fundamental causal (o función de Green) del operador diferencial:

$$L = \frac{d^3}{dt^3} - 3\frac{d}{dt} - 2$$

b) Usando (a) resuelva el problema de valor inicial

$$\begin{cases} Ly(t) = 0 \\ y(0) = 0; y'(0) = 1; y''(0) = 0 \end{cases}$$

2. (17 ptos.) Para $-\pi \leq x \leq \pi$, sean $f(x) = \frac{x+\pi}{2}$ y $g(x) = \int_0^x f(t) dt$.

(a) Calcule la serie de Fourier real de la extensión 2π periódica de $f(x)$

(b) Halle $g(\pi)$ y luego, usando la serie hallada en (a), calcule el valor de la serie $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2}$

(c) Calcule el valor de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$